

文章编号: 1000-7598 (2014) 12-3396-07

地震条件下黏性土挡土墙土压力分析

陈奕柏, 谢洪波, 柯才桐, 高洪波

(海南大学 土木建筑工程学院, 海口 570228)

摘 要: Mononobe-Okabe 理论是现阶段计算地震土压力的常用方法, 但 Mononobe-Okabe 理论的诸多假设使其具有一定的局限性。针对 Mononobe-Okabe 理论的不足, 考虑到地震作用下挡土墙偏转对土压力的影响, 采用斜向条分法推导了复杂条件下黏性土地震土压力强度分布、土压力合力及其作用点位置公式, 并利用图解法给出了临界破裂角的解析解。研究表明: 填土黏聚力和地震系数对土压力影响显著; 忽略黏性填土表面开裂与地震作用对均布超载及开裂填土等效超载的影响将使主动土压力计算结果偏小, 其误差随着填土黏聚力和均布超载的增大而增大; 在不同水平地震系数下土压力沿墙高呈非线性分布; 所提公式适用范围更广, 有效完善了 Mononobe-Okabe 理论。

关 键 词: 挡土墙; 黏性土; 地震土压力; 斜向条分法; 非线性分布

中图分类号: TU 432

文献标识码: A

Analysis of earth pressure of cohesive soil behind a retaining wall under seismic condition

CHEN Yi-bai, XIE Hong-bo, KE Cai-tong, GAO Hong-bo

(College of Civil Engineering and Architecture, Hainan University, Haikou 570228, China)

Abstract: Mononobe-Okabe theory is a widely used method to calculate seismic earth pressure at present; but some hypotheses of which have certain limitations. In light of the deficiency of Mononobe-Okabe theory, and considering the effect of retaining wall deflection on earth pressure, the diagonal slice method is used to deduce the strength distribution of seismic cohesive earth pressure under complex states; earth pressure resultant and its action point. The analytical solution of critical rupture angle is given with graphical method. Research results show that fill cohesion and seismic coefficient influence earth pressure signally; ignoring the surface cracking of cohesive fill and the impact of the earthquake on the uniform overload and the crack fill equivalent overload would make the result of active earth pressure turn small, whose deviation would turn big as fill cohesion and uniform overload goes up; earth pressure is in linear distribution along the height of wall in different horizontal seismic coefficients; the given formula fits wider situations, and effectively improves the Mononobe-Okabe theory.

Key words: retaining wall; cohesive soil; seismic earth pressure; diagonal slice method; nonlinear distribution

1 引 言

挡土墙作为一种常见的支挡结构, 可以有效地防止墙后岩土体失稳破坏, 被广泛地应用于建筑、水利、交通等工程中。土压力是作用在挡土墙上的主要荷载, 地震等动力作用对挡土墙土压力的影响显著, 研究挡土墙地震土压力的计算方法具有重要的理论及实际意义。

传统的 Mononobe-Okabe (简称 M-O) 理论^[1-2]以库仑理论为基础, 采用拟静力法将地震荷载简化

为惯性力系作用于滑动土楔体上, 从而把动力问题转化为静力问题。随后, Seed 等^[3]在 M-O 理论的基础上提出了一种计算地震土压力的简化方法, 并通过模型试验建议地震土压力合力作用点位于挡土墙的中上部。Sherif^[4]、Richards^[5]、Choudhury^[6]等通过试验发现, 所得的地震土压力合力与 M-O 理论的计算结果基本一致, 但地震土压力沿墙高呈非线性分布, 合力作用点位置高于 M-O 理论所得的 1/3 墙高。杨剑等^[7]在 M-O 理论的基础上采用水平层分析法, 得到了非线性被动土压力解析解, 但未考虑墙

收稿日期: 2014-03-10

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (No. 51268010); 海南省自然科学基金资助项目 (No. 512116)。

第一作者简介: 陈奕柏, 男, 1959 年生, 教授, 硕士生导师, 主要从事岩土工程测试等岩土工程方面的研究工作。E-mail: sup1224@sina.com

后填土坡角和均布超载对地震土压力的影响。文献[1-7]都假定挡土墙后为无黏性土, 因而所得公式具有一定的局限性。朱桐浩^[8]得到了考虑黏性填土表面出现张拉裂缝时的地震主动土压力, 但忽略了墙土间黏结力的影响。夏唐代^[9]、张永兴^[10]等在进行地震主动土压力时都忽略了黏性填土表面出现开裂的情况。文献[9-12]仅适用于墙后填土为水平的情况。

本文基于 M-O 理论和文献[13]的假定条件, 采用斜向条分法推导出地震荷载作用下考虑填土黏聚力、墙土间黏着力、均布超载及开裂填土等效超载等情况的黏性土主动和被动土压力强度分布、合力大小及其作用点位置的计算式, 并通过图解法得到了临界破裂角的解析解。公式推导简便可靠, 适用范围更广且更接近工程实际。

2 地震土压力计算

2.1 地震主动土压力

地震主动土压力计算模型如图 1 所示, 参数 α_0 、 β 、 φ 、 δ 、 θ 、 q_0 、 c 、 c_w 、 H 、 z_0 分别为墙背倾角、填土坡角、填土内摩擦角、墙背与填土间的摩擦角、填土滑裂面与水平向的夹角、填土表面的均布超载、填土黏聚力、墙土间的黏着力、挡土墙墙高、黏性填土表面张拉裂缝的深度; k_h 为水平地震系数 (指向墙背方向为正)、 k_v 为竖向地震系数 (竖直向上为正)。

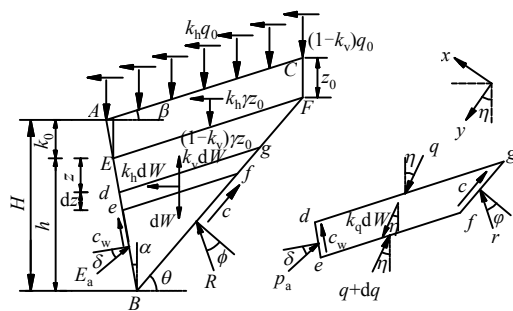


图 1 地震主动土压力计算模型

Fig.1 Calculation model of seismic active earth pressure

地震角为 η , 其表达式为

$$\tan \eta = \frac{k_h}{1 - k_v} \quad (1)$$

地震作用下滑动土楔体的合加速度系数 k_q 为

$$k_q = (1 - k_v) / \cos \eta \quad (2)$$

地震条件下, 填土表面张拉裂缝深度 z_0 可按朗肯理论近似计算^[14]

$$z_0 = \frac{2c}{\gamma \sqrt{K_a}} - \frac{q_0}{\gamma} \quad (3)$$

式中: $K_a = \tan^2(45^\circ - \varphi/2)$, 为朗肯主动土压力系数; γ 为填土重度。当 $z_0 \leq 0$ 时, 取 $z_0 = 0$, 表示未出现张拉裂缝。

将开裂部分填土视为均载, 则作用在 EF 面上的等效均布荷载 q_1 ^[11]为

$$q_1 = q_0 + \gamma z_0 \quad (4)$$

纳彼特瓦里泽研究指出^[15], 地震时挡土墙本身在惯性力作用下将产生偏转角 $\Delta\varepsilon$, 按照最不利工况考虑 $\Delta\varepsilon$ 对地震主动、被动土压力的影响, 将其等效至墙背倾角 α_0 中, 即

$$\alpha = \alpha_0 + \Delta\varepsilon \quad (5)$$

式中: α 为考虑墙体偏转后的墙背倾角。文献[15]建议

$$\left. \begin{aligned} \Delta\varepsilon &= 10^\circ, k_h > 0.4 \\ \Delta\varepsilon &= 5^\circ, k_h = 0.4 \\ \Delta\varepsilon &= 2^\circ \sim 3^\circ, 0.2 \leq k_h \leq 0.3 \\ \Delta\varepsilon &= 0, k_h < 0.2 \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

由图 1 中的几何关系可得张拉裂缝深度的折减高度 h_0 为

$$h_0 = z_0 \frac{\cos \alpha \cos \beta}{\cos(\alpha - \beta)} \quad (7)$$

另由几何关系可得

$$\left. \begin{aligned} h &= H - h_0; \overline{BE} = \frac{h}{\cos \alpha}; \overline{EF} = \frac{h \cos(\theta - \alpha)}{\cos \alpha \sin(\theta - \beta)} \\ \overline{BF} &= \frac{h \cos(\beta - \alpha)}{\cos \alpha \sin(\theta - \beta)}; \overline{de} = \frac{dz}{\cos \alpha} \\ \overline{dg} &= \frac{(h - z) \cos(\theta - \alpha)}{\cos \alpha \sin(\theta - \beta)}; \overline{fg} = \frac{dz \cos(\beta - \alpha)}{\cos \alpha \sin(\theta - \beta)} \\ \overline{ef} &= \overline{dg} - \frac{dz \cos(\theta - \alpha)}{\cos \alpha \sin(\theta - \beta)} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

微元土层 $defg$ 的自重为

$$dW(z) = \gamma(h - z) \frac{\cos(\theta - \alpha) \cos(\alpha - \beta)}{\cos^2 \alpha \sin(\theta - \beta)} dz \quad (9)$$

由微元土层在图示 x 、 y 方向上静力平衡以及对边 fg 中点取力矩平衡可得

$$[-p_a \cos(\alpha + \delta + \eta) + c_w \sin(\alpha + \eta)] \overline{de} - [c \cos(\theta + \eta) - r \sin(\theta - \varphi + \eta)] \overline{fg} = 0 \quad (10)$$

$$k_q dW - [p_a \sin(\alpha + \delta + \eta) + c_w \cos(\alpha + \eta)] \overline{de} + q \overline{dg} - (q + dq) \overline{ef} - [c \sin(\theta + \eta) + r \cos(\theta - \varphi + \eta)] \overline{fg} = 0 \quad (11)$$

$$[p_a \sin(\alpha + \delta - \beta) + c_w \cos(\alpha - \beta)] \frac{d\bar{g} + \bar{e}f}{2} - k_q dW \frac{d\bar{g} + \bar{e}f}{2} \frac{\cos(\beta + \eta)}{2} - q d\bar{g} \left[\frac{d\bar{g}}{2} \cos(\beta + \eta) - \frac{\bar{f}g}{2} \cos(\theta + \eta) \right] + (q + dq) \bar{e}f \left[\frac{\bar{e}f}{2} \cos(\beta + \eta) + \frac{\bar{f}g}{2} \cos(\theta + \eta) \right] = 0 \quad (12)$$

将式(8)、(9)代入式(10)、(11), 联立解得

$$p_a = N_{a1}q - N_{a2}c_w + N_{a3}c \quad (13)$$

其中:

$$N_{a1} = \sin(\theta - \varphi + \eta) / \sin(\theta - \beta) [2 \sin(\alpha + \eta) \sin(\beta + \eta) \cos(\theta + \eta) + \cos(\theta + \alpha + 2\eta) \cos(\beta + \eta)] / [\cos(\theta + \alpha + \delta - \varphi - \beta + \eta) + \sin(\theta - \varphi - \alpha - \delta) \sin(\beta + \eta)];$$

$$N_{a2} = [\sin(\theta + \alpha - \varphi - \beta + \eta) + \cos(\theta - \varphi - \alpha) \sin(\beta + \eta)] / [\cos(\theta + \alpha + \delta - \varphi - \beta + \eta) + \sin(\theta - \varphi - \alpha - \delta) \sin(\beta + \eta)];$$

$$N_{a3} = \cos(\alpha - \beta) \cos \varphi \cos(\beta + \eta) / \sin(\theta - \beta) / [\cos(\theta + \alpha + \delta - \varphi - \beta + \eta) + \sin(\theta - \varphi - \alpha - \delta) \sin(\beta + \eta)].$$

将式(13)、(8)、(9)代入式(12), 简化可得

$$\frac{dq}{dz} - \frac{A_a}{h-z} q = \frac{B_a}{h-z} + k_q \gamma \frac{\cos(\alpha - \beta)}{\cos \alpha} \quad (14)$$

其中:

$$A_a = 1 - N_{a1} \frac{\cos(\theta - \varphi - \alpha - \delta) \sin(\theta - \beta)}{\sin(\theta - \varphi + \eta) \cos(\theta - \alpha)};$$

$$B_a = 2[c \cos(\alpha - \beta) \cos \varphi \sin(\alpha + \delta - \beta) - c_w \cos(\theta - \varphi - \beta) \cos \delta \sin(\theta - \beta)] / \cos(\theta - \alpha) / [\cos(\theta + \alpha + \delta - \varphi - \beta + \eta) + \sin(\theta - \varphi - \alpha - \delta) \sin(\beta + \eta)].$$

对式(14)求解可得

$$q = -\frac{B_a}{A_a} - \gamma k_q \frac{\cos(\alpha - \beta)}{\cos \alpha} \frac{h-z}{1+A_a} + \frac{D_a}{(h-z)^{A_a}} \quad (15)$$

式中: D_a 为积分常数。利用边界条件: $z=0$ 时, $q = k_q q_1$, 求解出 D_a 后将式(15)代入式(13)得

$$p_a = M_{a1}(h-z)^{-A_a} - M_{a2}(h-z) - M_{a3} \quad (16)$$

式中:

$$M_{a1} = N_{a1} \left(k_q q_1 + \frac{B_a}{A_a} + \gamma k_q \frac{\cos(\alpha - \beta)}{\cos \alpha} \frac{h}{1+A_a} \right) (h-z)^{A_a};$$

$$M_{a2} = N_{a1} \gamma k_q \frac{\cos(\alpha - \beta)}{\cos \alpha} \frac{1}{1+A_a};$$

$$M_{a3} = N_{a1} \frac{B_a}{A_a} + N_{a2} c_w - N_{a3} c.$$

2.2 主动土压力合力及其作用点位置

由式(16)可得主动土压力合力为

$$E_a = \int_0^h \frac{p_a}{\cos \alpha} dz = \frac{\left(\frac{M_{a1} h^{1-A_a}}{1-A_a} - \frac{M_{a2} h^2}{2} - M_{a3} h \right)}{\cos \alpha} \quad (17)$$

整理可得

$$E_a = \frac{1}{2} \gamma h^2 K_a \quad (18)$$

$$K_a = [K_{a1} \cos(\theta - \alpha) \sin(\theta - \varphi + \eta) - K_{a2} - K_{a3} \sin(\theta - \varphi - \alpha) \sin(\theta - \beta)] / \sin(\theta - \beta) / \cos(\theta - \alpha - \delta - \varphi) \quad (19)$$

其中:

$$K_{a1} = \frac{k_q \cos(\beta - \alpha)}{\cos^2 \alpha} + \frac{2k_q(q_0 + \gamma z_0) \cos \beta}{\gamma h \cos \alpha};$$

$$K_{a2} = \frac{2c \cos(\beta - \alpha)}{\gamma h \cos \alpha}; \quad K_{a3} = \frac{2c_w}{\gamma h \cos \alpha}.$$

主动土压力合力作用点距墙底的距离为

$$z_a = \frac{\int_{h_0}^H \frac{p_a(h-z)}{\cos \alpha} dz}{\int_{h_0}^H \frac{p_a}{\cos \alpha} dz} = h \frac{\frac{M_{a1} h^{-A_a}}{2-A_a} - \frac{M_{a2} h}{3} - \frac{M_{a3}}{2}}{\frac{M_{a1} h^{-A_a}}{1-A_a} - \frac{M_{a2} h}{2} - M_{a3}} \quad (20)$$

2.3 主动土压力临界破裂角

在主动极限状态下, 土楔体滑裂面的临界破裂角为 θ_{acr} , 其值可以通过令 $dE_a/d\theta = 0$ 求解, 但如果直接对式(18)进行求导计算往往得不到显式解答。本文利用图解法, 通过对 θ 作相应变换得到临界破裂角的解析解。

如图2所示, 过 B 点作直线 BG 与水平线的夹角为 $\varphi - \eta$, 并交 EF 延长线于 G ; 过 F 点作竖直线 FK 与过 B 点的水平线正交于 K 点; 过 F 点作直线 FH 与 BG 交于 H 点, 与 BG 的夹角为 $(90^\circ - \alpha - \delta - \eta)$; 然后过 F 点作直线 FD 交 BE 于 D 点, 并与 BF 的夹角为 $(\theta - \alpha - \delta)$ 。

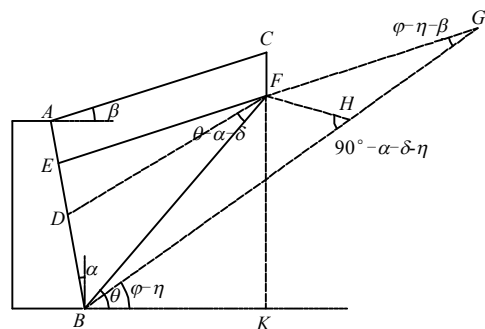


图2 地震主动土压力临界破裂角的图解法
Fig.2 Graphic method for critical rupture angle of seismic active earth pressure

令 $L_1 = \overline{EF}$, $L_2 = \overline{FH}$, $X = \overline{BH}$, 则根据图 2 中的几何关系可得

$$L_1 = A_1 + A_2 X, \quad L_2 = Y - ZX \quad (21)$$

其中:

$$A_1 = \frac{-h \sin(\phi + \delta)}{\cos \alpha \cos(\alpha + \delta + \varphi - \beta)}; A_2 = \frac{\cos(\alpha + \delta + \eta)}{\cos(\alpha + \delta + \varphi - \beta)}$$

$$Y = \frac{h \cos(\alpha - \beta)}{\cos \alpha \cos(\alpha + \delta + \varphi - \beta)}; Z = \frac{\sin(\varphi - \eta - \beta)}{\cos(\alpha + \delta + \varphi - \beta)}$$

对式 (18) 进行转化可得

$$E_a = \left\{ \left[\frac{\gamma h \cos(\alpha - \beta)}{2 \cos \alpha} + (q_0 + \gamma z_0) \cos \beta \right] k_q L_1 - \frac{(c + c_w) h \cos \delta}{\cos \alpha \cos(\alpha + \delta + \eta)} + \frac{c \sin(\alpha + \delta - \beta)}{\cos(\alpha + \delta + \eta)} L_1 \right\} \frac{L_2}{X} - \frac{c \sin(\beta + \eta)}{\cos(\alpha + \delta + \eta)} L_1 + \frac{h \sin(\alpha + \eta)}{\cos \alpha \cos(\alpha + \delta + \eta)} (c + c_w) \quad (22)$$

对式 (22) 求极值, 即令 $dE_a/dX = 0$ 得

$$X = \sqrt{\frac{M[(c + c_w)N - (J + cK)A_1]}{cSA_2 + (J + cK)FA_2}} \quad (23)$$

其中:

$$M = \frac{h}{\cos \alpha} \frac{\cos(\alpha - \beta)}{\cos(\alpha + \delta + \varphi - \beta)}; S = \frac{\cos(\beta + \eta)}{\cos(\alpha + \delta + \eta)}$$

$$N = \frac{h}{\cos \alpha} \frac{\cos \delta}{\cos(\alpha + \delta + \eta)}; K = \frac{\sin(\alpha + \delta - \beta)}{\cos(\alpha + \delta + \eta)}$$

$$J = \frac{k_q \gamma h \cos(\alpha - \beta)}{\cos \alpha} + (\gamma z_0 + q) k_q \cos \beta$$

将式 (23) 代入式 (22) 即得主动极限状态下地震主动土压力合力, 并根据图 2 中的几何关系可得临界破裂角 θ_{acr} 的表达式为

$$\theta_{acr} = \arctan \left(\frac{h + L_1 \sin \beta}{L_1 \cos \beta - h \tan \alpha} \right) \quad (24)$$

2.4 地震被动土压力计算

地震被动土压力计算模型如图 3 所示, 地震系数同样按照最不利情况考虑。

对微元土层 $defg$ 进行受力分析, 由其在图示 x 、 y 方向上的静力平衡及对 fg 边中点的力矩平衡可得

$$[p_p \cos(\delta - \alpha + \eta) + c_w \sin(\alpha - \eta)] \overline{de} - [c \cos(\theta + \eta) - r \sin(\theta - \varphi + \eta)] \overline{fg} = 0 \quad (25)$$

$$[p_p \sin(\delta - \alpha + \eta) + c_w \cos(\alpha - \eta)] \overline{de} + k_q dW + q \overline{dg} - (q + dq) \overline{ef} + [c \sin(\theta - \eta) - r \cos(\theta + \varphi - \eta)] \overline{fg} = 0 \quad (26)$$

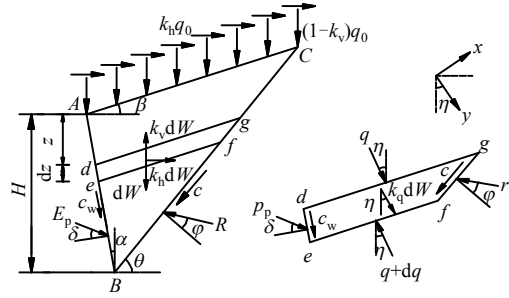


图 3 地震被动土压力计算模型

Fig.3 Calculation model of seismic passive earth pressure

$$[p_p \sin(\delta - \alpha + \beta) + c_w \cos(\alpha + \beta)] \overline{de} \frac{\overline{dg} + \overline{ef}}{2} + k_q dW \frac{\overline{dg} + \overline{ef}}{2} \frac{\cos(\beta - \eta)}{2} + q \overline{dg} \left[\frac{\overline{dg}}{2} \cos(\beta - \eta) - \frac{\overline{fg}}{2} \cos(\theta - \eta) \right] - (q + dq) \overline{ef} \left[\frac{\overline{ef}}{2} \cos(\beta - \eta) + \frac{\overline{fg}}{2} \cos(\theta - \eta) \right] = 0 \quad (27)$$

将式 (8)、(9) 代入式 (25)、(26), 联立解得

$$p_p = N_{p1} q + N_{p2} c_w - N_{p3} c \quad (28)$$

其中:

$$N_{p1} = \sin(\theta + \varphi - \eta) / \sin(\theta - \beta) [2 \sin(\alpha - \eta) \sin(\beta - \eta) \cos(\theta - \eta) + \cos(\theta + \alpha - 2\eta) \cos(\beta - \eta)] / [\cos(\theta + \alpha - \delta + \varphi - \beta - \eta) + \sin(\theta + \varphi - \alpha + \delta) \sin(\beta - \eta)];$$

$$N_{p2} = [\sin(\theta + \alpha + \varphi - \beta - \eta) + \cos(\theta + \varphi - \alpha) \sin(\beta + \eta)] / [\cos(\theta + \alpha - \delta + \varphi - \beta - \eta) + \sin(\theta + \varphi - \alpha + \delta) \sin(\beta - \eta)];$$

$$N_{p3} = \cos(\alpha - \beta) \cos \varphi \cos(\beta - \eta) / \sin(\theta - \beta) / [\cos(\theta + \alpha - \delta + \varphi - \beta - \eta) + \sin(\theta + \varphi - \alpha + \delta) \sin(\beta - \eta)]$$

将式 (28)、(8)、(9) 代入式 (27), 并简化可得

$$\frac{dq}{dz} - \frac{A_p}{h - z} q = \frac{B_p}{h - z} + k_q \gamma \frac{\cos(\alpha - \beta)}{\cos \alpha} \quad (29)$$

其中:

$$A_p = 1 - N_{p1} \frac{\cos(\theta + \varphi - \alpha + \delta) \sin(\theta - \beta)}{\sin(\theta + \varphi - \eta) \cos(\theta - \alpha)};$$

$$B_p = 2[c \cos(\alpha - \beta) \cos \varphi \sin(\alpha - \delta - \beta) - c_w \cos(\theta + \varphi - \beta) \cos \delta \sin(\theta - \beta)] / \cos(\theta - \alpha) / [\cos(\theta + \alpha - \delta + \varphi - \beta - \eta) + \sin(\theta + \varphi - \alpha + \delta) \sin(\beta - \eta)].$$

对式 (29) 进行求解得

$$q = -\frac{B_p}{A_p} - \gamma k_q \frac{\cos(\alpha - \beta)}{\cos \alpha} \frac{H - z}{1 + A_p} + \frac{D_p}{(h - z)^{A_p}} \quad (30)$$

式中: D_p 为积分常数。利用边界条件: $z=0$ 时, $q=k_q q_0$, 求解出 D_p 后将式 (30) 代入式 (28) 得

$$p_p = M_{p1}(H-z)^{-A_p} - M_{p2}(H-z) - M_{p3} \quad (31)$$

其中:

$$M_{p1} = N_{p1} \left(k_q q_0 + \frac{B_p}{A_p} + \gamma k_q \frac{\cos(\alpha - \beta)}{\cos \alpha} \frac{H}{1 + A_p} \right) H^{A_p};$$

$$M_{p2} = N_{p1} \gamma k_q \frac{\cos(\alpha - \beta)}{\cos \alpha} \frac{1}{1 + A_p};$$

$$M_{p3} = N_{p1} \frac{B_p}{A_p} - N_{p2} c_w + N_{p3} c_o.$$

2.5 被动土压力合力及其作用点位置

由式 (31) 可得被动土压力合力为

$$E_p = \int_0^H \frac{p_p}{\cos \alpha} dz = \frac{\left(\frac{M_1 H^{1-A}}{1-A} - \frac{M_2 H^2}{2} - M_3 H \right)}{\cos \alpha} \quad (32)$$

整理得

$$E_p = \frac{1}{2} \gamma H^2 K_p \quad (33)$$

$$K_p = [K_{p1} \cos(\theta - \alpha) \sin(\theta + \varphi - \eta) + K_{p2} + K_{p3} \sin(\theta + \varphi - \alpha) \sin(\theta - \beta)] / \sin(\theta - \beta) / \cos(\theta - \alpha + \delta + \varphi) \quad (34)$$

其中:

$$K_{p1} = \frac{k_q \cos(\beta - \alpha)}{\cos^2 \alpha} + \frac{2k_q q_0 \cos \beta}{\gamma H \cos \alpha}$$

$$K_{p2} = \frac{2c}{\gamma H} \frac{\cos(\beta - \alpha)}{\cos \alpha} \cos \varphi; \quad K_{p3} = \frac{2c_w}{\gamma H \cos \alpha}.$$

被动土压力合力作用点距墙底的距离为

$$z_p = \frac{\int_0^H \frac{p_p(H-z)}{\cos \alpha} dz}{\int_0^H \frac{p_p}{\cos \alpha} dz} = H \frac{\frac{M_{p1} H^{-A_p}}{2-A_p} - \frac{M_{p2} H}{3} - \frac{M_{p3}}{2}}{\frac{M_{p1} H^{-A_p}}{1-A_p} - \frac{M_{p2} H}{2} - M_{p3}} \quad (35)$$

2.6 被动土压力临界破裂角

与求解主动极限状态下临界破裂角的思路相似, 如图 4 所示, 过 B 点作直线 BG 与水平线的夹角为 $\varphi - \eta$, 交 CA 延长线于 G 点; 过 C 点作竖向线 CK 与过 B 点的水平线正交于点 K ; 过 C 点作直线 CH 与 BG 交于 H 点, 并与 BG 的夹角为 $(90^\circ - \alpha + \delta + \eta)$; 然后过 C 点作直线 CD 与 AB 交于 D 点, 并与 CB 的夹角为 $(\theta - \alpha + \delta)$ 。

令 $L_1 = \overline{AC}$, $L_2 = \overline{CH}$, $X = \overline{BH}$, 则根据图 4 中的几何关系可得

$$L_1 = A_1 + A_2 X, \quad L_2 = Y - ZX \quad (36)$$

其中:

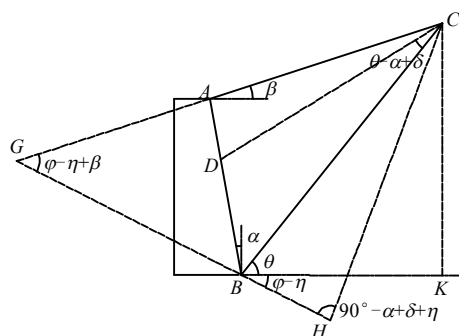


图 4 地震被动土压力临界破裂角的图解法
Fig.4 Graphic method for critical rupture angle of seismic passive earth pressure

$$A_1 = \frac{H \sin(\varphi + \delta)}{\cos \alpha \cos(\alpha - \delta - \varphi - \beta)}; \quad A_2 = \frac{\cos(\alpha - \delta - \eta)}{\cos(\alpha - \delta - \varphi - \beta)}$$

$$Y = \frac{H \cos(\alpha - \beta)}{\cos \alpha \cos(\alpha - \delta - \varphi - \beta)}; \quad Z = \frac{\sin(\varphi - \eta + \beta)}{\cos(\alpha - \delta - \varphi - \beta)}$$

根据以上几何关系, 式 (33) 可以转化为

$$E_p = \left\{ \left[\frac{\gamma H}{2} \frac{\cos(\alpha - \beta)}{\cos \alpha} + q_0 \cos \beta \right] k_q L_1 + \frac{(c + c_w) H \cos \delta}{\cos \alpha \cos(\alpha - \delta - \eta)} - \frac{c \sin(\alpha - \delta - \beta)}{\cos(\alpha - \delta - \eta)} L_1 \right\} \frac{L_2}{X} + \frac{c \cos(\beta - \eta)}{\cos(\alpha - \delta - \eta)} L_1 - \frac{H \sin(\alpha - \eta)}{\cos \alpha \cos(\alpha - \delta - \eta)} (c + c_w) \quad (37)$$

对式 (37) 求极值, 即令 $dE_p/dX=0$, 得

$$X = \sqrt{\frac{M[(c + c_w)N + (J - cK)A_1]}{cSA_2 + (J - cK)FA_2}} \quad (38)$$

其中:

$$M = \frac{H}{\cos \alpha} \frac{\cos(\alpha - \beta)}{\cos(\alpha - \delta - \varphi - \beta)}; \quad S = \frac{\cos(\beta - \eta)}{\cos(\alpha - \delta - \eta)};$$

$$N = \frac{H}{\cos \alpha} \frac{\cos \delta}{\cos(\alpha - \delta - \eta)}; \quad K = \frac{\sin(\alpha - \delta - \beta)}{\cos(\alpha - \delta - \eta)};$$

$$J = \frac{k_q \gamma H \cos(\alpha - \beta)}{\cos \alpha} + k_q q_0 \cos \beta.$$

将式 (38) 代入式 (37) 中即得被动极限状态下地震被动土压力合力值, 并根据图 4 中的几何关系可得临界破裂角为

$$\theta_{per} = \arctan \left(\frac{H + L_1 \sin \beta}{L_1 \cos \beta - h \tan \alpha} \right) \quad (39)$$

分析式 (18)、(33) 可以看出, 当 c 、 c_w 、 q_0 为 0 时, 本文所得的土压力合力大小与 M-O 理论所得的计算结果相同。

3 算例分析讨论

3.1 算例 1

挡土墙高 $H = 8 \text{ m}$ 、 $\gamma = 20 \text{ kN/m}^3$ 、 $\varphi = 30^\circ$ 、 $\delta = 15^\circ$ 、 $\alpha_0 = \beta = 10^\circ$ 、 $c_w = 5 \text{ kPa}$ ，其他计算参数如表 1 所示。在考虑与忽略地震作用对填土表面均布超载的影响两种情况下，主动土压力合力及其作用点位置的计算结果对比见表 1。

表 1 算例 1 土压力
Table 1 Earth pressure for example 1

c / kPa	q_0 / kPa	k_h	k_v	E_a / (kN/m)		z_a / h	
				考虑	忽略	考虑	忽略
0	10	0.3	0.0	688.4	608.3	0.354	0.336
0	20	0.3	0.0	761.6	617.3	0.368	0.342
10	20	0.3	0.0	547.5	414.1	0.354	0.323
20	20	0.3	0.0	395.8	244.1	0.386	0.341
20	20	0.1	0.0	219.2	186.0	0.373	0.354
10	20	0.1	0.1	279.1	264.7	0.343	0.337
10	20	0.2	0.1	378.5	321.9	0.350	0.331

可以看出，忽略地震作用对填土表面均布超载与开裂填土等效超载的影响会使得到的主动土压力合力偏小、合力作用点位置偏低，当 c 、 q_0 与 k_h 的取值增大时，其计算误差也随之增大。

3.2 算例 2

挡土墙高 $H = 8 \text{ m}$ 、 $\gamma = 20 \text{ kN/m}^3$ 、 $\varphi = 30^\circ$ 、 $\delta = 15^\circ$ 、 $\beta = 0$ 、 $q_0 = 0$ 、 $c = c_w = 0$ 、 $k_v = 0.5k_h$ ，不同水平地震系数下挡土墙偏转对土压力的影响如图 5 所示。可以看出，地震时忽略挡土墙的偏转会使 E_a 的计算结果偏小、 E_p 的计算结果偏大，其误差随着水平地震系数的增大而增大。

3.3 算例 3

挡土墙高 $H = 8 \text{ m}$ 、 $\gamma = 20 \text{ kN/m}^3$ 、 $\varphi = 30^\circ$ 、 $\delta = 15^\circ$ 、 $\alpha_0 = 10^\circ$ 、 $\beta = 5^\circ$ 、 $q_0 = 0$ 、 $c_w = 0$ 、 $k_v = 0.5k_h$ ，填土黏聚力、水平地震系数及填土开裂情况与主动土压力的关系曲线如图 6 所示。

可以看出： c 对地震土压力影响显著， E_a 随着 k_h 的递增而增大；忽略填土开裂将会使 E_a 计算结果偏小，且当 c 较大， k_h 较小时，其计算误差显著增大。

3.4 算例 4

西南交通大学的焦方辉等^[16]在实验室采用单向水平地震输入法对岩石场下的挡土墙地震土压力进行了振动台模型试验研究。挡土墙高 $H = 8 \text{ m}$ 、 $\varphi = 35^\circ$ 、 $\delta = 2/3\varphi$ 、 $\alpha_0 = \beta = 0$ 、 $q_0 = 0$ 、 $c = c_w = 0$ 、 $\gamma = 19.8 \text{ kN/m}^3$ 、 $k_v = 0$ 。以汶川地震波为例，在不同水平地震系数下，将本文方法所得结果（带阴影的曲线）与实测值进行比较，如图 7 所示。

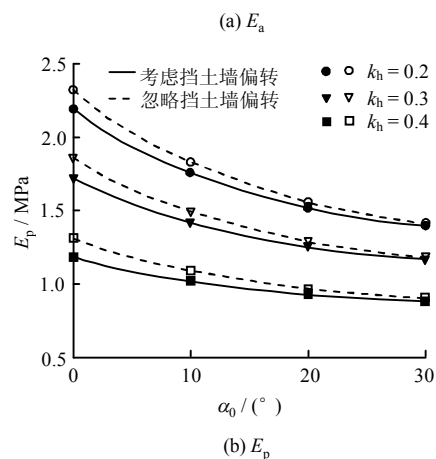
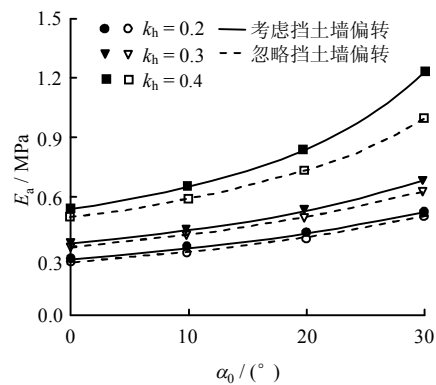


图 5 挡土墙偏转对地震土压力的影响
Fig.5 Effect of retaining wall deflection on seismic earth pressure

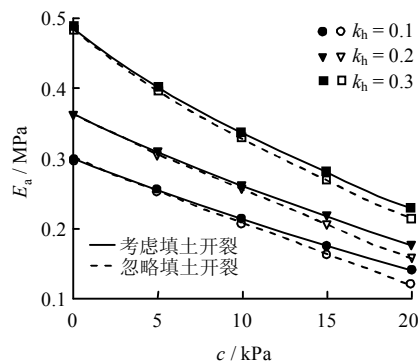


图 6 参数 c 、 k_h 与 E_a 的关系曲线
Fig.6 Relationship curves of E_a with parameter c 、 k_h

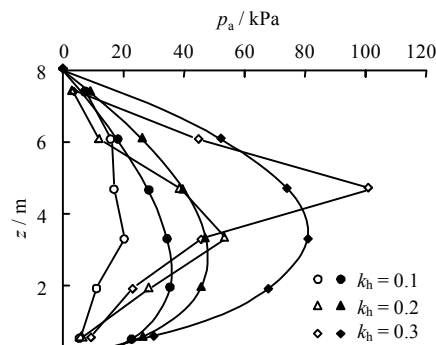


图 7 地震土压力计算值与实测值的比较
Fig.7 Comparisons of calculated seismic earth pressures with model test results

由图可以看出: ①墙背地震土压力分布理论解基本包络了实测值, 两者均呈现出沿墙高非线性分布的特征; ②地震主动土压力沿墙高的最大值出现在墙体中部, 并随水平地震系数的递增而增大, 与实测值基本吻合; ③随 k_h 递增, 本文地震主动土压力理论解与 M-O 理论解之比为: 1.00、1.07、1.11, 相应的实测值为 1.13、1.15、1.19; z_a/H 理论解为 0.418、0.437、0.472, 相应的实测值为: 0.356、0.357、0.392。相互之间误差不大, 但均大于 M-O 理论解, 说明考虑地震作用下挡土墙发生偏转对 M-O 理论合力公式进行修正是十分必要的, 采用 M-O 理论进行设计验算将会低估倾覆力矩对挡土墙的影响。

4 结 论

(1) 本文以 M-O 理论的平面滑裂面假定为基础, 考虑地震作用下挡土墙偏转对土压力的影响, 采用斜向条分法得到了地震条件下挡土墙土压力强度分布、土压力合力及其作用点位置公式, 在相应简化条件下与 M-O 理论所得结果完全一致, 有效补充了 M-O 理论。

(2) 均布超载与填土黏聚力对地震土压力影响显著, 忽略黏性填土表面开裂与地震作用对均布超载及开裂填土等效超载的影响会使得到的主动土压力合力偏小, 其误差随着均布超载、填土黏聚力和水平地震系数的递增而增大。

(3) 本文所得结果与实测值基本吻合, 在不同水平地震系数下土压力沿墙高呈非线性分布的特点, 峰值出现在挡土墙中部, 合力作用点位置随水平地震系数的递增而有所增大。

参 考 文 献

- [1] OKABE S. General theory of earth pressure[J]. *Journal of the Japanese Society of Civil Engineers*, 1926, 12(1): 123—134.
- [2] MONONOBÉ N. Considerations into earthquake vibrations and vibration theories[J]. *Journal of the Japanese Society of Civil Engineers*, 1924, 10(5): 1063—1094.
- [3] SEED H B, WHITMAN R V. Design of earth retaining structures for dynamic loads[C]//Special Conference On Lateral Stresses Ground Design Earth-Retaining Structures. New York: [s.n.], 1970: 103—147.
- [4] SHERIF M A, FANG Y S. Dynamic earth pressures on walls rotating about the top[J]. *Soils and Foundations*, 1984, 24(4): 109—117.
- [5] RICHARDS R, HUANG C J, FISHMAN K L. Seismic earth pressure on retaining structure[J]. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 1999, 125(9): 771—778.
- [6] CHOUDHURY D, SINGH S. New approach for estimation of static and seismic active earth pressure[J]. *Geotechnical and Geological Engineering*, 2006, 24(1): 117—127.
- [7] 杨剑, 高玉峰, 程永锋, 等. 地震条件下倾斜挡土墙被动土压力研究[J]. *岩土工程学报*, 2009, 31(9): 1391—1397.
- [8] YANG Jian, GAO Yu-feng, CHENG Yong-feng, et al. Passive earth pressure of inclined retaining walls under seismic condition[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2009, 31(9): 1391—1397.
- [8] 朱桐浩. 在地震荷载作用下挡土墙主动土压力[J]. *四川建筑科学研究*, 1981, (3): 37—44.
- [9] ZHU Tong-hao. Seismic active earth pressure on a retaining wall[J]. *Building Seismic Research of Sichuan*, 1981, (3): 37—44.
- [9] 夏唐代, 孔祥冰, 王志凯, 等. 挡土墙后黏性土的地震主动土压力分析[J]. *岩石力学与工程学报*, 2012, 31(增刊 1): 3188—3195.
- [10] XIA Tang-dai, KONG Xiang-bing, WANG Zhi-kai, et al. Analysis of seismic active earth pressure of cohesive soil behind retaining wall[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2012, 31(Supp.1): 3188—3195.
- [10] 张永兴, 陈林. 地震作用下挡土墙主动土压力分布[J]. *深圳大学学报(理工版)*, 2012, 29(1): 31—37.
- [11] ZHANG Yong-xing, CHEN Lin. Seismic active earth pressure of retaining wall[J]. *Journal of Shenzhen University(Science and Engineering)*, 2012, 29(1): 31—37.
- [11] 林宇亮, 杨果林, 赵炼恒. 地震条件下挡墙后黏性土主动土压力研究[J]. *岩土力学*, 2011, 32(8): 2479—2486.
- [12] LIN Yu-liang, YANG Guo-lin, ZHAO Lian-heng. Active earth pressure of cohesive soil behind retaining wall[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2011, 32(8): 2479—2486.
- [12] 王立强, 王元战, 迟丽华. 挡土墙地震土压力及其分布[J]. *中国港湾建设*, 2007, (5): 1—5.
- [13] WANG Li-qiang, WANG Yuan-zhan, CHI Li-hua. Distribution of seismic soil pressure on a retaining wall[J]. *China Harbour Engineering*, 2007, (5): 1—5.
- [13] 孙勇. 地震条件下挡土墙主动土压力及其分布的统一解[J]. *岩土力学*, 2012, 33(1): 255—261.
- [14] SUN Yong. Unified solution of seismic active earth pressure and its distribution on a retaining wall[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2012, 33(1): 255—261.
- [14] GHOSH S, SHARMA R P. Pseudo-dynamic active response of non-vertical retaining wall supporting $c-\phi$ backfill[J]. *Geotechnical and Geological Engineering*, 2010, 28(5): 633—641.
- [15] 顾慰慈. 挡土墙土压力计算手册[M]. 北京: 中国建材工业出版社, 2004.
- [16] 焦方辉, 姚令侃, 蒋良滩等. 岩石场地重力式挡土墙地震土压力振动台实验研究[J]. *防灾减灾工程学报*, 2011, 31(3): 316—321.
- [16] JIAO Fang-hui, YAO Ling-kan, JIANG Liang-wei, et al. Shaking table model experimental study on seismic soil pressure of GRW on rock site[J]. *Journal of Disaster Prevention and Mitigation Engineering*, 2011, 31(3): 316—321.